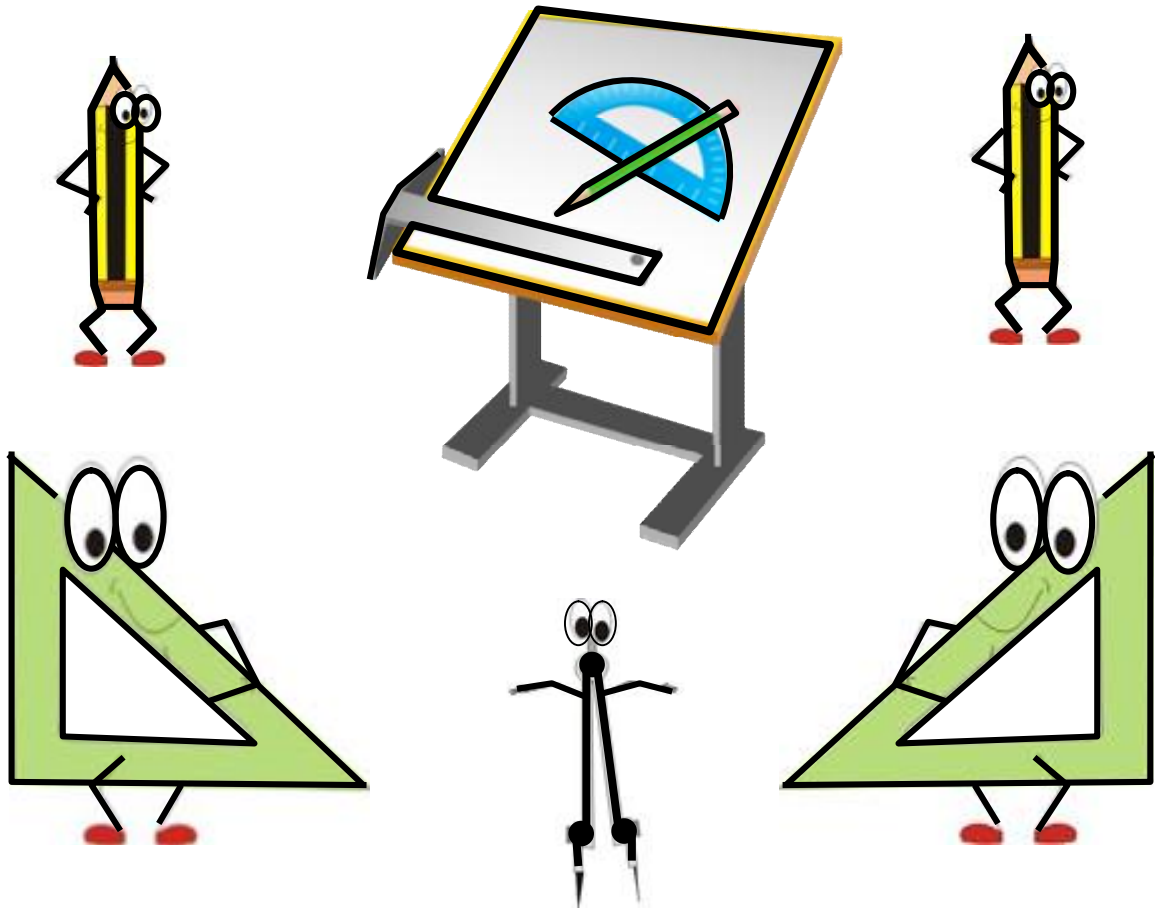


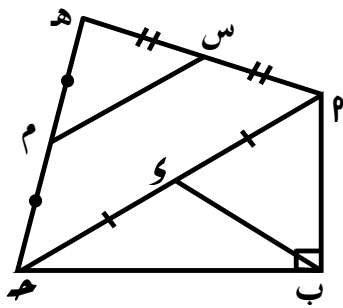
الهندسة

الصف الثاني الاعرابي



ر / خالد مزن خالد

❖ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط
بنسبة ٣ : ٦ من جهة



في الشكل المقابل
إثبت أن
ب م = س م

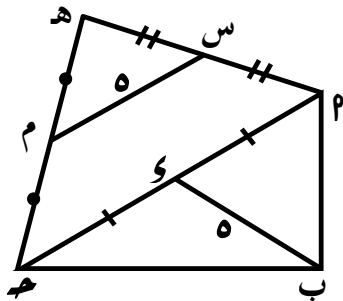
∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ، م منتصف ∴

∴ ب م = س م $\frac{1}{2}$ (١)

∴ س م منتصف ، م منتصف ∴

∴ س م = م س $\frac{1}{2}$ (٢)

من (١)، (٢) ∴ س م = ب م



في الشكل المقابل
إثبت أن
 $\angle (P\hat{B}M) = 90^\circ$

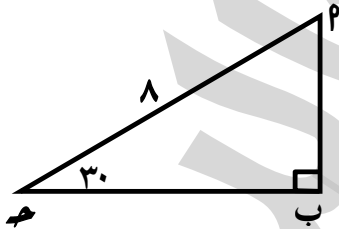
∴ س م منتصف ، م منتصف ∴

∴ س م = م س $\frac{1}{2}$ ∴ م س = م س

∴ ب م = س م ، م س = م س

∴ ب م = س م $\frac{1}{2}$ ∴ $\angle (P\hat{B}M) = 90^\circ$

في المثلث القائم الزاوية الضلع المقابل للزاوية
التي قياسها 30° = نصف طول الوتر

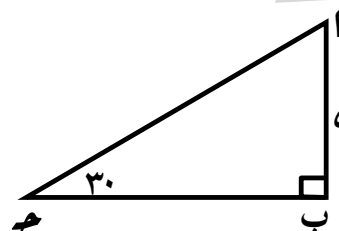


∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

∴ ب م = ب م $\frac{1}{2}$ ∴

∴ ب م = ب م سم



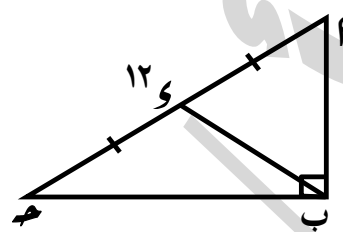
∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

∴ ب م = ب م $\frac{1}{2}$ ∴

∴ ب م = ب م سم

طول المتوسط المرسوم من رأس الزاوية القائمة
يساوي نصف طول الوتر

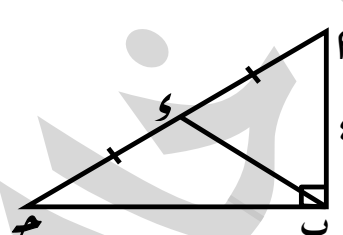


∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

، م منتصف ∴

∴ ب م = ب م $\frac{1}{2}$ ∴

∴ ب م = ب م سم

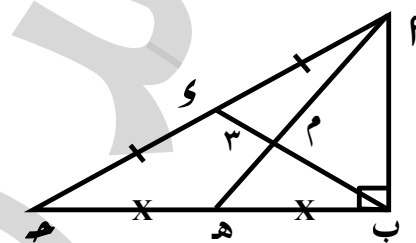


∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴

، م منتصف ∴

∴ ب م = ب م $\frac{1}{2}$ ∴

∴ ب م = ب م سم



إذا كان

م س = ٣ سم

إوجد ب م

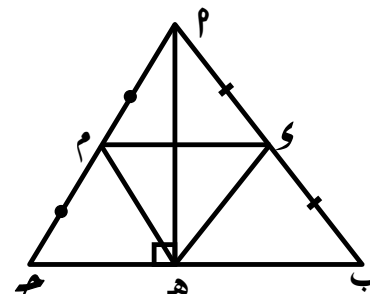
∴ م منتصف ، ه منتصف ∴

∴ م هي نقطة ∴

∴ م س = ب م $\frac{1}{2}$ ∴ ب م = م س سم

∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M)$ ∴ ب م = ب م $\frac{1}{2}$ ∴

∴ ب م = ب م سم



في الشكل المقابل

إثبت أن محيط $\triangle م ه و$

= $\frac{1}{2}$ محيط $\triangle ب م ه$

∴ $\overline{م ه} \perp \overline{ب ج}$

∴ $\angle (P\hat{B}M) = \angle (P\hat{B}M) = 90^\circ$ ∴

∴ م منتصف ∴ ه م = م ه $\frac{1}{2}$ ∴

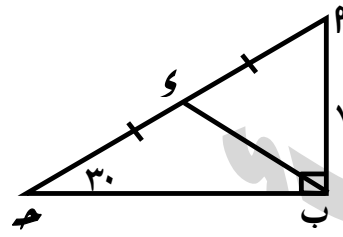
∴ م منتصف ∴ ه م = م ه $\frac{1}{2}$ ∴

، م = م $\frac{1}{2}$ ∴

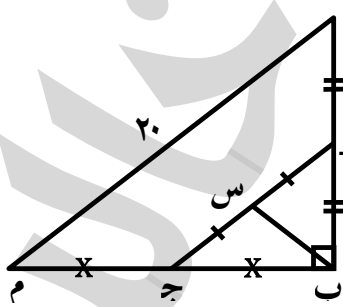
∴ محيط $\triangle م ه و$ = $\frac{1}{2}$ محيط $\triangle ب م ه$

∴ $\angle P \hat{B} M = 90^\circ$ ، ه منتصف
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ سم
 ∴ $BH = 5$ سم ، $B = 10$ سم
 ، $\angle P \hat{B} M = \dots\dots\dots$ ∴ $\angle P \hat{B} H = 90^\circ$

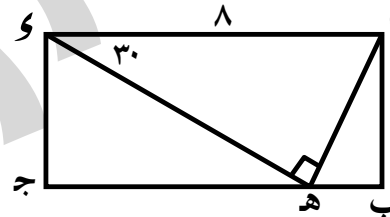
إوجد طول $\overline{P}$ ج
 ومساحة $\triangle PBM$ ج
 ∴ $\angle P \hat{B} M = \dots\dots\dots$
 ، $\angle P \hat{B} M = \dots\dots\dots$ ∴ $\angle P \hat{B} H = \dots\dots\dots$
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$ ∴ $BH = 5$ سم
 ∴ $\angle P \hat{B} H = 90^\circ - \angle P \hat{B} M = 90^\circ - \dots\dots\dots$
 ∴ $BH = 5$ سم ∴ مساحة $\triangle PBM = \dots\dots\dots$



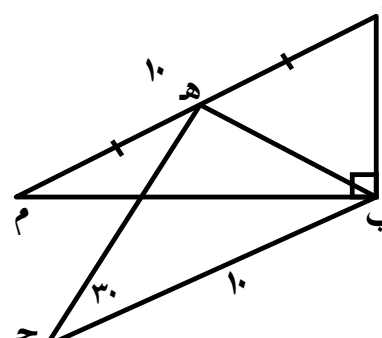
إوجد محيط $\triangle PBM$ و
 ∴ $\angle P \hat{B} M = \dots\dots\dots$
 ∴ $\angle P \hat{B} H = \dots\dots\dots$
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$
 ∴ $BH = 5$ سم ∴ محيط $\triangle PBM = \dots\dots\dots$



إوجد س ب
 ∴ ه منتصف
 ∴ ج منتصف
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$
 ∴ $BH = 5$ سم
 ∴ $\angle P \hat{B} M = \dots\dots\dots$ ، س منتصف
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$ ∴ $BH = 5$ سم

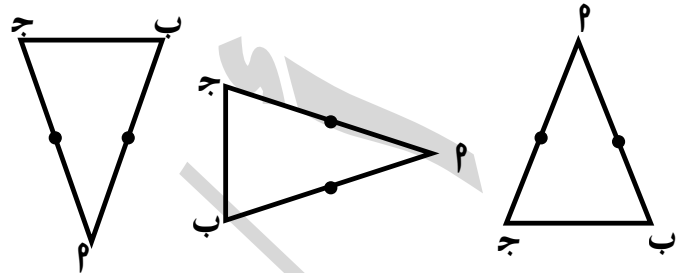


$\triangle PBM$ ج و
 مستطيل
 إيجاد طول $\overline{BH}$
 ∴ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة =
 ∴ $\angle P \hat{B} H = \dots\dots\dots$ ∴ $\angle P \hat{B} M = 90^\circ$
 ∴ $\angle P \hat{B} H = \dots\dots\dots$ ∴ $\angle P \hat{B} M = 30^\circ$
 ، $\angle P \hat{B} H = 90^\circ$ ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$ سم
 ∴ $\angle P \hat{B} H = 30^\circ$ ، $\angle P \hat{B} M = 90^\circ$
 ∴ $BH = \frac{1}{2} \dots\dots\dots$ سم



في الشكل المقابل
 أثبت أن
 $\angle P \hat{B} H = 90^\circ$

المثلث المتساوي الساقين



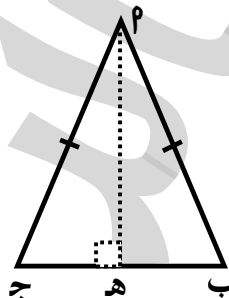
- ❖ الساقين هما ،
- ❖ القاعدة زاوية الرأس
- ❖ زاويتا القاعدة ،

في الشكل المقابل $\angle B = \angle C$

إثبت أن

$$\angle B = \angle C$$

العمل: ارسم $AM \perp BC$



$\triangle AMB$ ، $\triangle AMC$ ،

فيهما ، ،
 $\therefore \triangle AMB \cong \triangle AMC$ وينتج أن

زاويتا القاعده في المثلث المتساوي الساقين
متطابقتان

❖ إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين 70° فإن قياس كل من زاويتي القاعده

❖ إذا كان قياس زاوية القاعده في مثلث متساوي الساقين 50° فإن قياس زاوية الرأس

❖ إذا كان قياس زاوية في مثلث متساوي الساقين 60° فإن المثلث يكون

❖ $\triangle ABC$ فيه $\angle B = \angle C$

$$\angle A = 50^\circ \text{ فإن } \angle B = \angle C = \dots\dots\dots$$

❖ $\triangle ABC$ فيه $\angle B = \angle C$

$$\angle A = 120^\circ \text{ فإن } \angle B = \angle C = \dots\dots\dots$$

① إيجاد $\angle B$

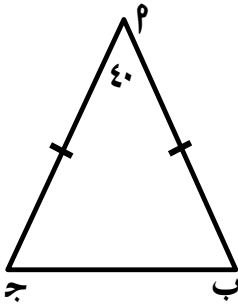
$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

مجموع قياسات زوايا

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A = \dots\dots\dots$$



② إيجاد $\angle A$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

مجموع قياسات زوايا

$$\angle B = \angle C = \angle A = \dots\dots\dots$$

③ إيجاد $\angle B$

$\triangle ABC$ متساوي

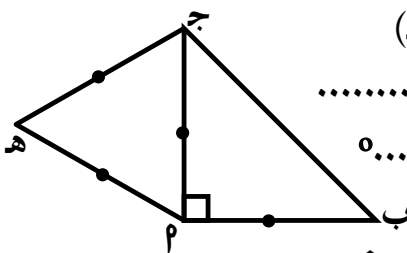
$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$



④ إيجاد $\angle B$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C \dots\dots\dots$$

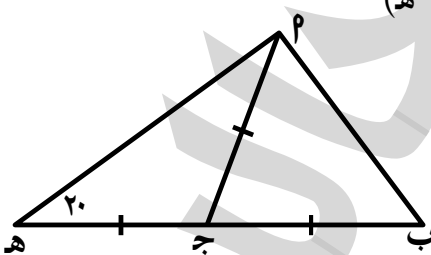
$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$

$$\angle B = \angle C = \angle A \dots\dots\dots$$



٥) إوجد $\angle ه$ ($\angle ه$)

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٧٠$$

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا

المثلث الداخلة =

$$\therefore ٧٠ - ١٨٠ = \angle ه = (\angle ب) = ١١٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١١٠$$

$$\therefore ١٢٠ - ١٨٠ = \angle ه = (\angle ب) = ٦٠$$

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ٦٠$$

٦) إوجد $\angle ه$ ($\angle ه$)

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٤٠$$

$\therefore$ بالتبادل

$$\because \angle ه = \angle ب = ٤٠$$

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة =

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ٤٠$$

٧) إثبت أن : $\angle ه = (\angle ب)$

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٠$$

$$\text{بجمع (١)، (٢)} \therefore \angle ه = (\angle ب) = ٦٠$$

٨) إوجد $\angle ه$ ($\angle ه$)

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١٣٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١٣٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١٣٠$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١٣٠$$

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ١٣٠$$

٩) إوجد قياسات زوايا $\triangle ه ب ج$

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ١٠$$

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ١٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ١٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ١٠$$

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ١٠$$

١٠) إوجد قيمة $\angle ه$

$$\because \angle ه = \angle ب$$

$$\because \angle ه = \angle ب = ٥٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٥٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٥٠$$

إذا وجدت زاويتان في مثلث متساويتان في القياس فإن المثلث يكون

١٢) إثبت أن $\angle ه = \angle ب$

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٧٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٧٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٧٠$$

$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٧٠$$

١٣) إثبت أن $\angle ه = \angle ب$

$$\because \angle ه = \angle ب$$

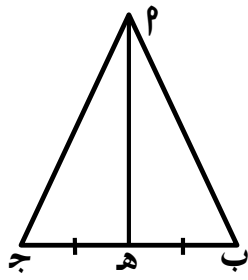
$$\because \angle ه = \angle ب = ٦٥$$

$\therefore$ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة =

$$\therefore \angle ه = (\angle ب) = ٦٥$$

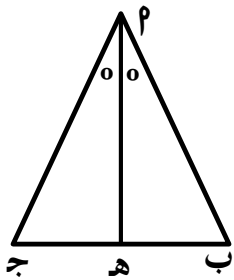
$$\therefore \angle ه = \angle ب = ٦٥$$

نتائج علي المثلث المتساوي الساقين

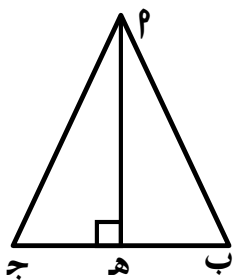


❖ المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين
 $\therefore PB = PC$
 $\therefore H$ منتصف $\overline{BC}$

$\therefore \overline{PH} \perp \overline{BC}$ ، $\therefore \overline{PH}$ ينصف $\widehat{BPC}$



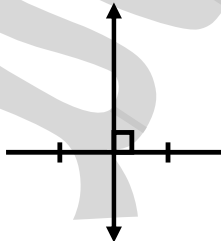
❖ المستقيم الذي ينصف زاوية رأس المثلث المتساوي الساقين
 $\therefore PB = PC$
 $\therefore \overline{PH}$ ينصف $\widehat{BPC}$
 $\therefore \overline{PH} \perp \overline{BC}$ ، $\therefore H$ منتصف $\overline{BC}$



❖ المستقيم المار برأس المثلث المتساوي الساقين وعمودي علي القاعده فإنه
 $\therefore PB = PC$
 $\therefore \overline{PH} \perp \overline{BC}$
 $\therefore H$ منتصف $\overline{BC}$ ، $\therefore \overline{PH}$ ينصف $\widehat{BPC}$

❖ محور تماثل القطعه المستقيمه

هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها



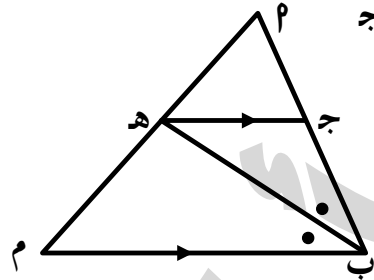
❖ أي نقطه تقع علي محور القطعه المستقيمه

تكون علي بعدين من طرفيها

❖ أي نقطه تكون علي بعدين متساويين من

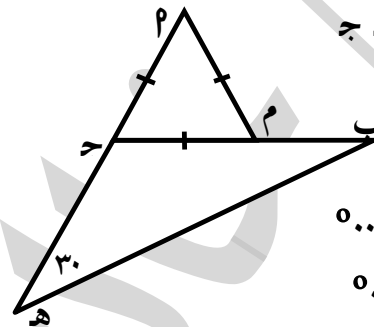
طرفي القطعه المستقيمه تقع علي

③ اثبت أن ج ب = ه ج



$\therefore \overline{PH} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \widehat{BPH} = \widehat{CPH}$ بالتبادل
 $\therefore \widehat{BPH} = \widehat{CPH}$
 $\therefore \widehat{BPH} = \widehat{CPH}$

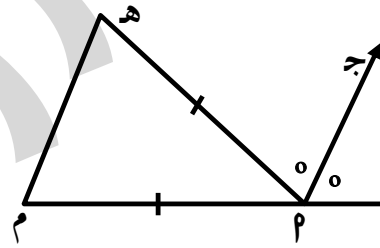
④ اثبت أن ج ب = ه ج



$\therefore \triangle PBC$
متساوي الاضلاع
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP} = \widehat{CBP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP} = \widehat{CBP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP} = \widehat{CBP}$
المثلث الداخلة
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP} = \widehat{CBP}$

⑤ اثبت أن

$\overline{PH} \parallel \overline{BC}$



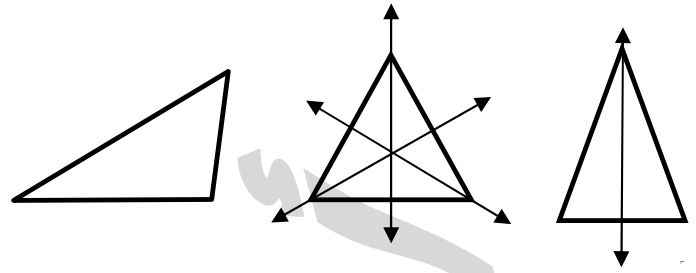
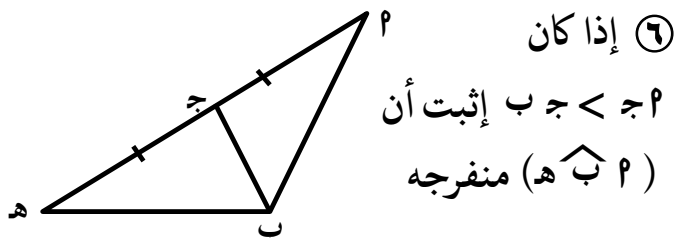
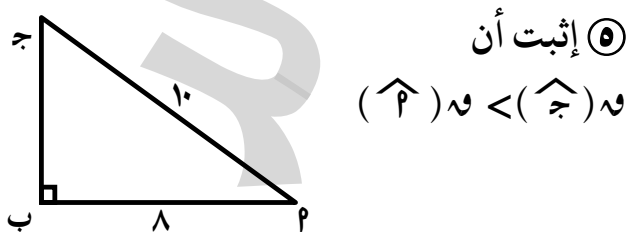
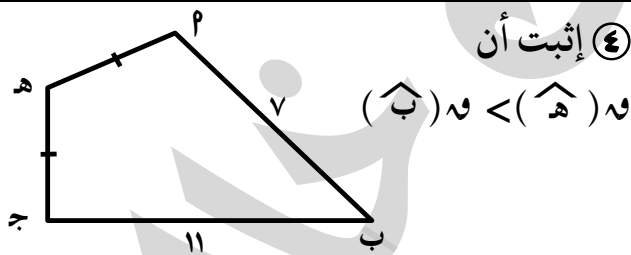
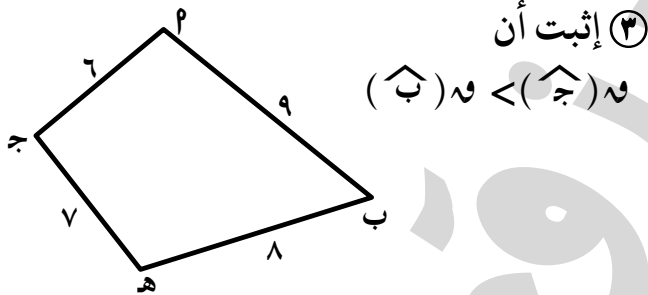
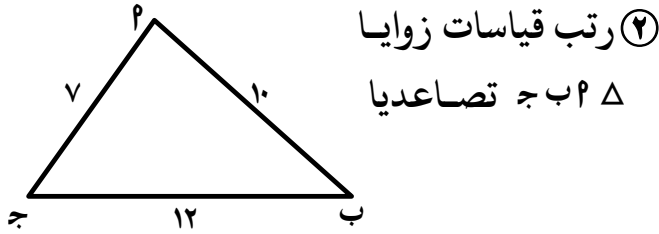
$\therefore PB = PC$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP}$
 $\therefore \widehat{BPC} = \widehat{BCP}$

التباين

إذا اختلف طولاً ضلعين في مثلث فإن الضلع الأكبر في الطول يقابل زاوية أكبر في القياس

- ❖ إذا كان $\triangle PAB$ فيه $P < B < A$ فإن $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{P}$
- ❖ $\triangle PAB$ فيه $P = 7$ سم ، $B = 5$ سم فإن $\widehat{A} < \widehat{B}$

① رتب قياسات زوايا $\triangle PAB$ ج تصاعدياً إذا كانت $P = 8$ سم ، $B = 9$ سم ، $A = 5$ سم



❖ عدد محاور المثلث المتساوي الاضلاع

❖ عدد محاور المثلث المتساوي الساقين

❖ عدد محاور المثلث المختلف الاضلاع

❖ مثلث فيه زاويتين قياسهما 70° ، 40° عدد محاور تماثله

❖ مثلث قائم الزاوية به زاوية قياسها 50° عدد محاور التماثل له

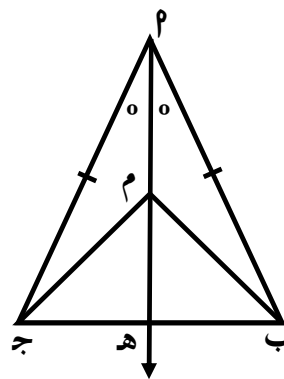
❖ مثلث متساوي الساقين زاوية الرأس قياسها 60° عدد محاور التماثل له

❖ $\triangle PAB$ ج ، $\widehat{A} = 50^\circ$ ، $\widehat{B} = 80^\circ$ فإن $B =$

❖ في الشكل المقابل

إثبت أن $BH = \frac{1}{2} AB$

إثبت أن $BM = B$ ج



إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث الزاوية
الاكبر في القياس يقابلها ضلع اكبر في الطول

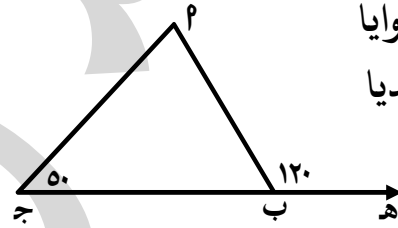
❖ $\Delta P B J$ فيه $\angle B = 60^\circ$ ، $\angle P = 40^\circ$
فإن اكبر ضلع هو
❖ $\Delta P B J$ فيه $\angle B = 100^\circ$ فإن اكبر
ضلع هو

❖ $\Delta P B J$ فيه $\angle B = (7 \text{ س})^\circ$
 $\angle P = (5 - 25 \text{ س})^\circ$ ، $\angle J = (3 \text{ س} + 10)^\circ$
رتب قياسات زواياه تصاعديا

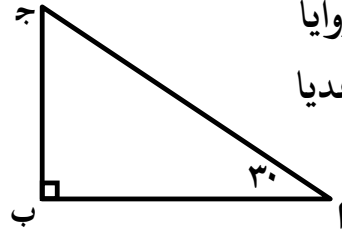
① رتب اضلاع $\Delta P B J$ تصاعديا إذا كانت

$\angle B = 70^\circ$ ، $\angle P = 50^\circ$

② رتب قياسات زوايا
 $\Delta P B J$ تصاعديا

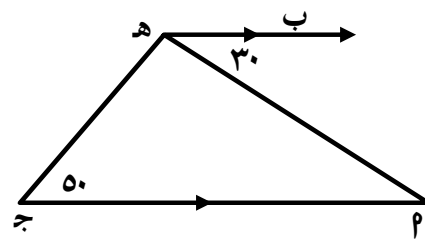


③ رتب قياسات زوايا
 $\Delta P B J$ تصاعديا



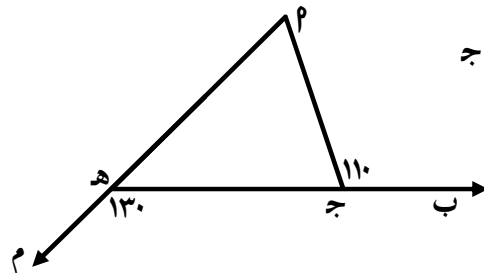
④ إثبت أن

$\angle P < \angle J$

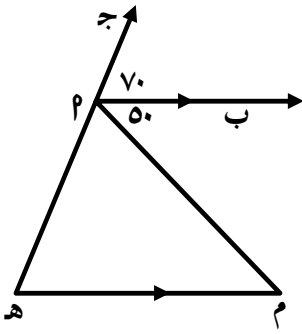


⑤ إثبت أن

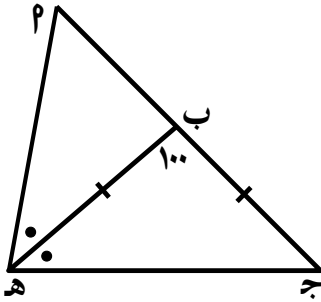
$\angle P < \angle J$



⑥ إثبت أن
 $\angle P < \angle J$



⑦ إثبت أن
 $\angle P < \angle B$

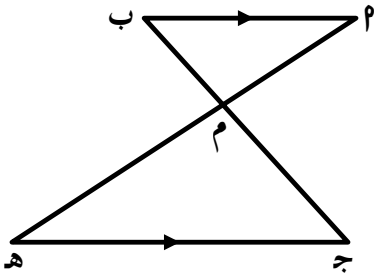


⑧ إذا كان

$\angle P < \angle B$

إثبت أن

$\angle P < \angle J$

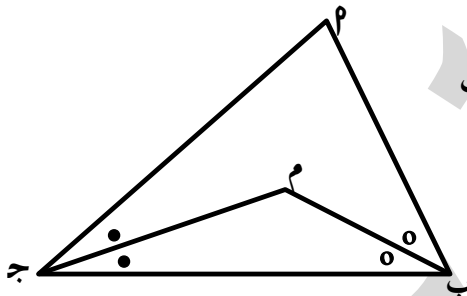


⑨ إذا كان

$\angle P < \angle J$

إثبت أن

$\angle P < \angle B$

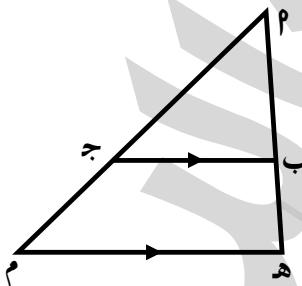


⑩ إذا كان

$\angle P < \angle J$

إثبت أن

$\angle P < \angle B$

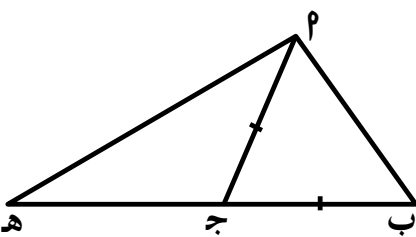


⑪ إذا كان

$\angle P = \angle J$

إثبت أن

$\angle P < \angle B$



نتيجته هامه :

أكبر ضلع طولاً في المثلث القائم الزاويه هو الوتر

❖ Δ ب ج ه قائم الزاوية في ب فإن أكبر ضلع

طولاً هو

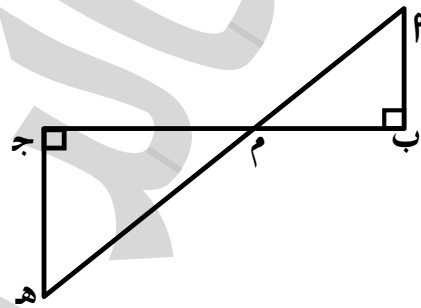
❖ Δ ب ج ه منفرج الزاويه في ج فإن أكبر ضلع

طولاً هو

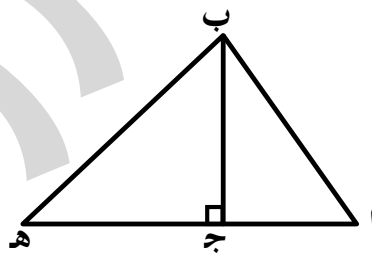
❖ Δ ج ه م منفرج الزاويه في م فإن

ه م (> , < , =) ج ه

إثبت أن

 $ه م < ب ج$ 

إثبت أن

 $ب م + ب ه < ٢ ب ج$ محيط Δ ب ه م $< ٢ ب ج$ 

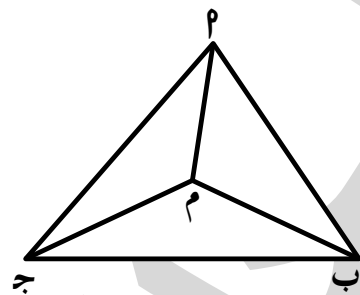
متباينة المثلث

مجموع أي ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث

❖ في Δ ب ج ه : $ب م + ب ه < ج ه$ $ب ج + ج ه < ب ه$ $ب م + ج ه < ب ه$ $ب م + ب ه - ج ه < ج ه$

❖ أي الاعداد الاتيه تصلح أضلاع مثلث

(٣ ، ٥ ، ١١) ، (٩ ، ٤ ، ٥) ، (٤ ، ٨ ، ٧)

إثبت أن $ب م + ب ه < ج ه$ ، $ب ج + ج ه < ب ه$ ، $ب م + ج ه < ب ه$ محيط Δ ب ج ه

❖ أي الاعداد الاتيه تصلح أضلاع مثلث

(٦ ، ٩ ، ١٥) ، (٤ ، ١١ ، ٦) ، (١١ ، ٥ ، ٧)

❖ إذا كانت الاعداد ٤ ، ٩ ، س اضلاع مثلث

متساوي الساقين فإن س =

❖ إذا كانت الاعداد ١٢ ، ٦ ، س اضلاع مثلث

متساوي الساقين فإن س =

❖ إذا كانت الاعداد ٥ ، ٩ ، س هي اضلاع

مثلث فإن س $\geq$

❖ إذا كانت الاعداد ٤ ، ١١ ، س هي اضلاع

مثلث فإن س $\geq$

❖ إذا كانت الاعداد ٥ ، ٧ ، س هي اضلاع

مثلث فإن س = (٢ ، ١٢ ، ٩)

❖ إذا كانت الاعداد ٨ ، ٦ ، س هي اضلاع

مثلث فإن س = (٢ ، ١٢ ، ١٤)

❖ أي ضلع في المثلث يكون

مجموع الضلعين الاخرين (> , < , =)