

فی

للمصف الثالث الثانوى

المرحلة الثانية للثانوية العامة

احمد التنتوي

وص
وس

المستقيمات و المستويات

الأوضاع النسبية للمستقيمات و المستويات فى الفراغ

حالات تعيين المستوى

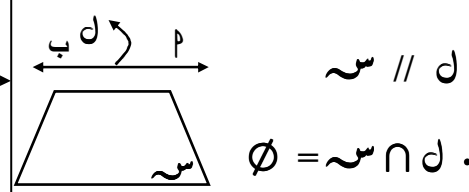
- [١] ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة
[٢] مستقيم و نقطة لا تنتمى إليه
[٣] مستقيمان متقاطعان

نتيجة

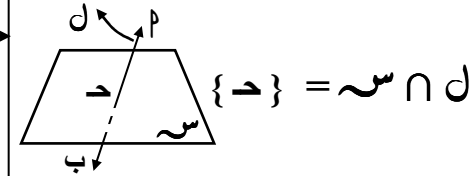
إذا أشتراك
مستويان فى
ثلاث نقط
ليست على
إستقامة
واحدة فإنهما
ينطبقان

علاقة مستقيم بمستوى

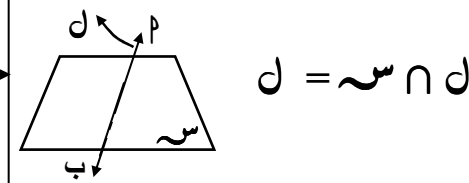
(١) المستقيم يوازي المستوى :



(٢) المستقيم يقطع المستوى :



(٣) المستقيم يقع بتمامه فى المستوى :



حقيقة

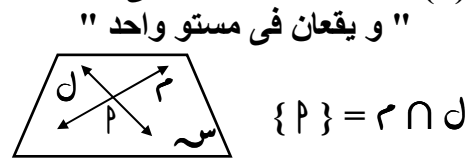
المستقيمان الموازيان لثالث
فى الفراغ متوازيان

الزاوية بين
مستقيمين
متخالفين

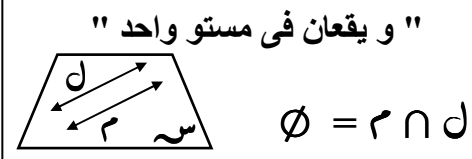
هى إحدى الزوايا التى يصنعها
أحدهما مع أى مستقيم مرسوم
من نقطة عليه موازياً للآخر

علاقة مستقيم بمستقيم

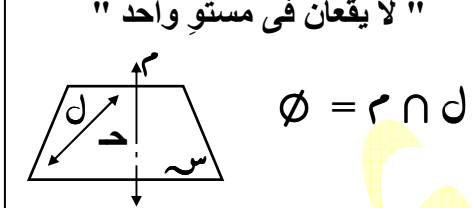
(١) المستقيمان يتقاطعان فى نقطة :



(٢) المستقيمان متوازيان :



(٣) المستقيمان متخالفان :



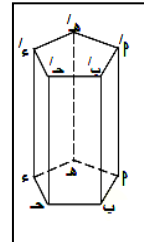
إذا كانت
قائمة فإن
المستقيمان
المتخالفان
متعامدين

نتيجة

بعض المجسمات

المنشور

هو الجسم المتولد من إنتقال سطح مضلع موازياً لنفسه فى إتجاه ثابت و يسمى سطح المضلع فى كل من وضعه الأول و الأخير قاعدة المنشور



خواصه

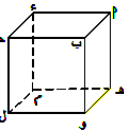
- * قاعدتا المنشور متطابقتين و متوازيتين
- * الأحراف الجانبية متوازية و متساوية فى الطول
- * الأوجه الجانبية هى سطوح متوازيات اضلاع إذا كان المنشور مائل ، سطوح مستطيلات إذا كان المنشور قائم
- * إرتفاع المنشور هو طول البعد العمودى بين قاعدتيه
- * إرتفاع المنشور القائم يساوى طول حرفه الجانبى
- * يسمى المنشور حسب عدد أضلاع قاعدته " ثلاثى ، رباعى ، ...
- * المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × الإرتفاع
- * المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة
- * حجم المنشور = مساحة القاعدة × الإرتفاع

حالاته الخاصة

متوازى المستطيلات

المكعب

هو متوازى مستطيلات تساوت أبعاده الثلاثة
* عدد أحرافه ١٢



* إذا فرضنا أن طول حرفه = ل وحدة طول فإن :

* طول قطر أى وجه = $ل\sqrt{2}$ وحدة طول

* طول قطره = $ل\sqrt{3}$ وحدة طول

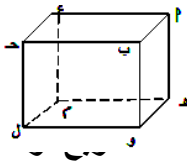
* مساحة كل وجه = $ل^2$ وحدة مربعة

* مساحته الجانبية = $٤ ل^2$ وحدة مربعة

* مساحته الكلية = $٦ ل^2$ وحدة مربعة

* حجمه = $ل^3$ وحدة مكعبة

* هو منشور قائم كل من قاعدتيه سطح مستطيل
* متوازى المستطيلات له ستة أوجه كل سطح مستطيل



يكون لمتوازى السطوح وجهين منهما سطح باقى الأوجه سطوح مستطيلات

* عدد أقطاره = ٤ ، و تتقاطع جميعاً فى نقطة واحدة

* أبعاده هى : هى أطوال كل ثلاثة أحرف متلاقية فى رأس من رؤوسه إذا فرضنا أن أبعاده هى س ، ص ، ع وحدة طول فإن :

** مساحته الجانبية = $٢ (س + ص + ع) \times$ وحدة مربعة

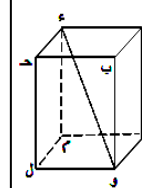
** مساحته الكلية = $٢ (س ص + ص ع + ع س)$ وحدة مربعة

** حجمه = $س ص ع$ وحدة مكعبة

** طول قطره = $\sqrt{س^2 + ص^2 + ع^2}$

متوازى السطوح

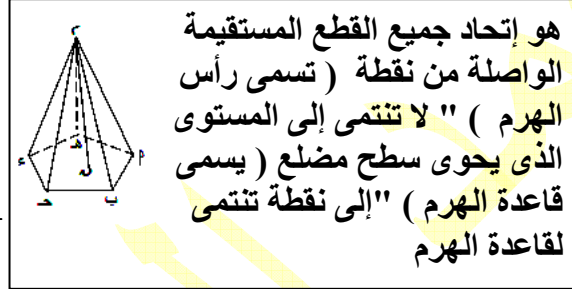
هو منشور كل من قاعدتيه سطح متوازى أضلاع
* أحرافه الجانبية عمودية على مستوى قاعدتيه
أى أن أوجهه الجانبية سطوح مستطيلات إذا كان قائم ، إذا كان مائلاً فإن الأوجه الجانبية سطوح متوازيات أضلاع



* قطره : هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين ليسا فى وجه واحد ، عدد أقطاره = ٤

تابع : بعض المجسمات

الهرم



خواصه

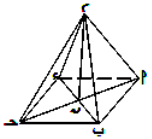
- * يسمى حسب عدد أضلاع مضلع قاعدته الهرم
- * أحرفه الجانبية هي القطع المستقيمة الواصلة بين رأسه و رؤوس قاعدته
- * أوجهه الجانبية هي سطوح المثلثات التى رأسها هي رأس الهرم وقواعدها هي أضلاع قاعدة الهرم و ضلاعها الآخران أحرف جانبية للهرم
- * ارتفاع الهرم هو العمود الساقط من رأسه على مستوى قاعدته

حالاته الخاصة

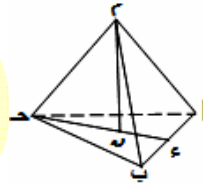
الهرم القائم

الهرم الثلاثى المنتظم

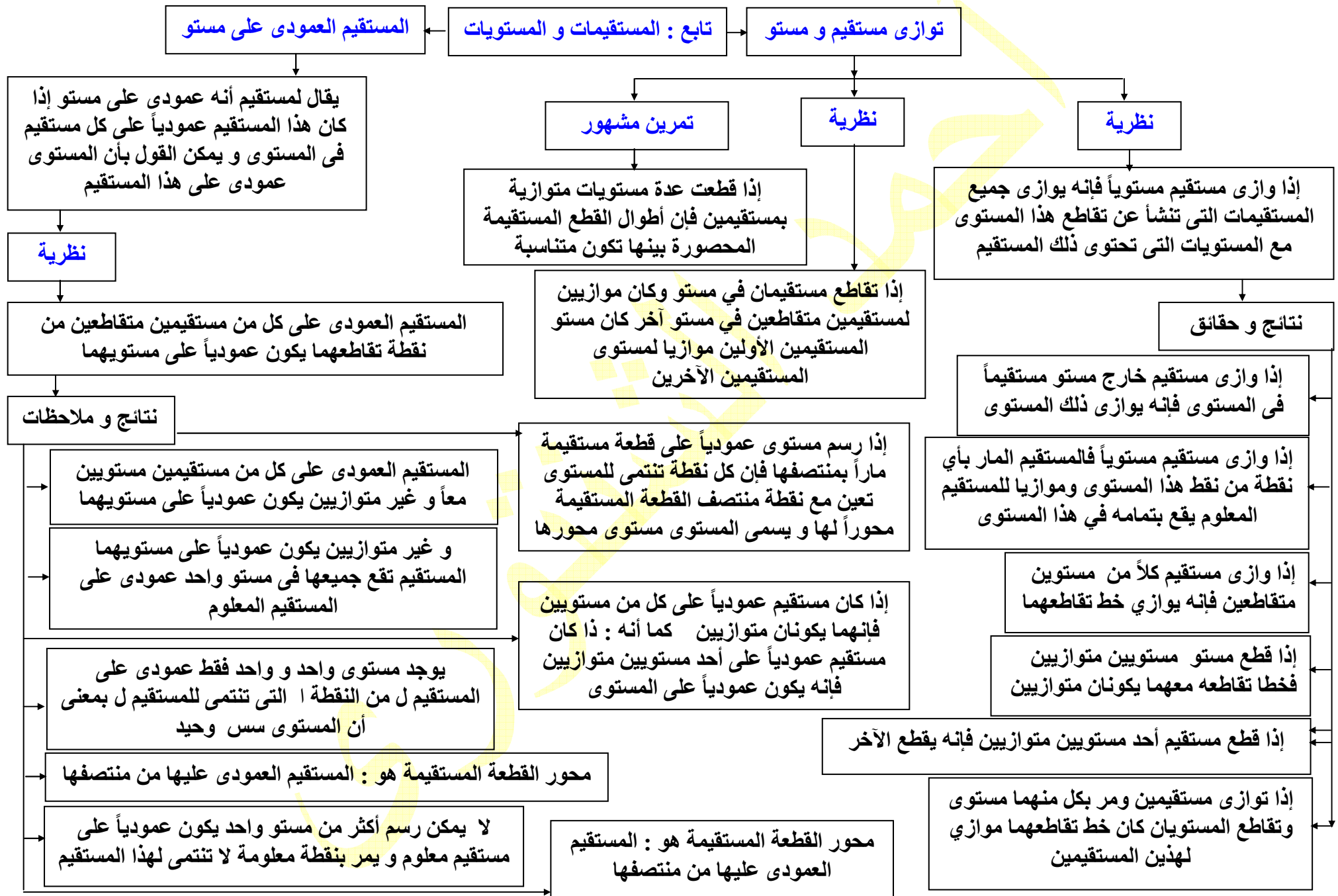
- هو : هرم قاعدته مضلع منتظم مركزه موقع العمود المرسوم من رأس الهرم عليه
- * قاعدة الهرم مضلع منتظم " مثلث متساوى الأضلاع ، مربع ، "
 - * ارتفاع الهرم يلاقى القاعدة عند مركزها
 - * جميع الأحرف الجانبية له متساوية فى الطول
 - * جميع الأوجه الجانبية له سطوح مثلثات متساوية الساقين و متطابقة
 - * ارتفاعاته الجانبية " ارتفاعات الأوجه الجانبية " متساوية فى الطول
 - * الهرم الثلاثى القائم قاعدته مثلث متساوى الأضلاع
 - * الهرم الرباعى القائم قاعدته سطح مربع و ارتفاعه يمر بمركز المربع أى نقطة تقاطع قطرى المربع



- هو هرم ثلاثى تساوت أحرفه الستة أو هو هرم أوجهه الأربعة سطوح مثلثات متساوية أضلاع
- * ارتفاعه هو القطعة الواصلة بين رأسه و نقطة تلاقى متوسطات قاعدته
 - * من الشكل إذا كان طول حرفه = ل نلاحظ :



$$\begin{aligned} \text{ح د} &= \frac{\sqrt{3} \text{ ل}}{2} \\ \text{ح ع} &= \frac{\sqrt{3} \text{ ل}}{6} \\ \text{ح هـ} &= \frac{\sqrt{3} \text{ ل}}{3} \\ \text{ارتفاعه} &= \text{ح م} = \frac{\sqrt{6} \text{ ل}}{3} \end{aligned}$$

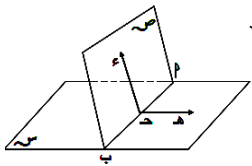




براهين نظريات

نظرية

إذا كان مستقيم عمودياً على مستو فكل مستو يمر بهذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستو
المعطيات : $\vec{d} \perp \text{المستوى } \pi$ و يقطعه في حـ



، σ مستو يمر
بالمستقيم $\vec{d}$ و
يقطع المستو
 π في $\vec{p}$

المطلوب : إثبات أن : $\sigma \perp \pi$

العمل : نرسم في المستو π $\vec{d} \perp \vec{p}$

البرهان : $\because \vec{d} \perp \text{المستوى } \pi$

$\therefore \vec{d} \perp \vec{p}$

الذي يقع في المستو π

$\therefore \angle (\vec{d}, \vec{p}) = 90^\circ$

$\therefore \vec{d} \perp \vec{p}$ و يقع في

المستو π ، $\vec{d} \perp \vec{p}$

و يقع في المستو σ

$\therefore \angle (\vec{d}, \vec{p})$ هي زاوية مستوية

لإحدى الزوايا الزوجية الناتجة عن

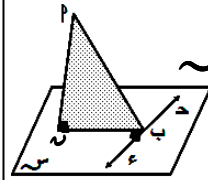
تقاطع σ ، π

$\therefore \angle (\vec{d}, \vec{p}) = 90^\circ$

$\therefore \sigma \perp \pi$

عكس النظرية

إذا رسم مستقيم مائل على مستو و كان مسقطه على المستو عمودياً على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عمودياً على ذلك المستقيم
المعطيات : $\vec{p}$ مائل على المستو π



، $\vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

، $\vec{d} \perp \vec{p}$

الواقع في المستو π

المطلوب : إثبات أن :

$\vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

البرهان : $\because \vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

$\therefore \vec{p} \perp \vec{d}$

، $\therefore \vec{p} \perp \vec{d}$

$\therefore \vec{p} \perp \text{عمودي على كل من}$

$\vec{p}$ ، $\vec{d}$

$\therefore \vec{p} \perp \text{مستويهما}$

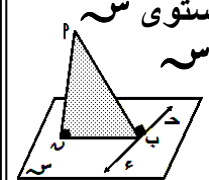
" أي : المستو π " $\vec{p}$ بـ

$\therefore \vec{p} \perp \text{أي مستقيم يقع في}$

المستو π بـ $\therefore \vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

نظرية

إذا رسم مستقيم مائل على مستو و كان عمودياً على مستقيم في المستو فإن مسقط المستقيم المائل على المستو يكون عمودياً على هذا المستقيم
المعطيات : $\vec{p}$ مائل على المستو π



، $\vec{d} \perp \text{المستوى } \pi$

، $\vec{p} \perp \vec{d}$

المطلوب : إثبات أن :

$\vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

البرهان : $\because \vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

$\therefore \vec{p} \perp \vec{d}$

، $\therefore \vec{p} \perp \vec{d}$

$\therefore \vec{p} \perp \text{عمودي على كل من}$

$\vec{p}$ ، $\vec{d}$

$\therefore \vec{p} \perp \text{مستويهما}$

" أي : المستو π " $\vec{p}$ بـ

$\therefore \vec{p} \perp \text{أي مستقيم يقع في}$

المستو π بـ $\therefore \vec{p} \perp \text{المستوى } \pi$

نظرية

إذا وازى مستقيم مستوياً فإنه

يوازي جميع

المستقيمات التي

تنشأ عن تقاطع

هذا المستو مع

المستويات التي

تحتوى ذلك

المستقيم

المعطيات :

$\vec{p} \parallel \vec{q}$

المستوى π ،

σ أي مستو

يحتوى $\vec{p}$ ،

$\sigma \cap \pi = \vec{r}$

المطلوب : إثبات

أن : $\vec{q} \parallel \vec{r}$

البرهان : $\because \vec{p} \parallel \vec{q}$

$\therefore \vec{p} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r} \implies \vec{q} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$

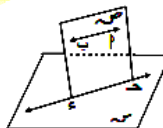
$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$

البرهان : $\because \vec{p} \parallel \vec{q}$

$\therefore \vec{p} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$

$\therefore \vec{q} \parallel \vec{r}$



سلسلة

المميز

في

الرياضيات

