

ميل الخط المستقيم

تذكر أن :

طرق حساب الميل :

(١) يمكن حساب ميل المستقيم من الرسم :

$$\text{ميل المستقيم المرسوم} = \frac{\text{التغير الراسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

$$\text{في الشكل المقابل : الميل} = \frac{\text{التغير الراسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{أما في الشكل المقابل : الميل} = \frac{\text{التغير الراسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-3}{2}$$

(٢) ميل المستقيم من معادلته :

$$[أ] \text{ المستقيم الذي معادلته } أس + ب ص + ج = ٠ \text{ ميله } م = \frac{-ب}{أ} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$$

$$\text{فمثلا : (*) في المعادلة } ٥ ص + ٣ س = ٠ \text{ ميل المستقيم } = \frac{-٣}{٥}$$

$$\text{(*) في المعادلة } ٣ ص = ٢ س - ١ \text{ لإيجاد الميل نعيد ترتيب المعادلة } ٣ ص - ٢ س + ١ = ٠$$

$$\text{ثم نوجد الميل من العلاقة } م = \frac{-ب}{أ} = \frac{-٢}{٣}$$

[ب] إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة $ص = م س + ج$ فإن $م$ هي ميل المستقيم ، ج تمثل

الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم .

$$\text{فمثلا : (*) المستقيم } ٥ ص = ٣ س - ١ \text{ ميله يساوي } ٥ \text{ ويقطع محور الصادات عند النقطة } (٠, ٣)$$

يقطع من محور الصادات السالب جزءا طوله ٣ وحدات.

$$\text{(*) أما المستقيم } ٣ ص = ٢ س - ١ \text{ فلإيجاد ميله يمكن اتباع إحدى الطريقتين بإعادة ترتيب}$$

المعادلة على أي من الصورتين :

$$٥ ص - ٣ س = ٠ \text{ أو } ٣ ص = ٢ س - ١ \text{ (حاول الوصول للترتيب بنفسك)}$$

(٣) ميل مستقيم بمعلومية نقطتين

ميل المستقيم المار بالنقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) يتعين من العلاقة $m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$ فمثلا :

(*) ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٤ ، ٧)

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{٧ - ٢}{٤ - ١} = \frac{٥}{٣}$$

(*) ميل المستقيم المار بالنقطتين

$$أ = (١- ، ٢-) ، ب = (٥- ، ١)$$

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{١ - ٢}{٥ - ١} = \frac{٣ - ٢}{٤ - ١} = \frac{٣}{٣} = ١$$

مثال (١)

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

$$(٠ ، ١) ، (٤ ، ٦)$$

الحل :

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{١ - ٠}{٤ - ٠} = \frac{١}{٤}$$

مثال (٢)

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطة

$$أ = (٣- ، ٤) \text{ ونقطة الاصل}$$

الحل :

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{٤ - ٠}{٣ - ٠} = \frac{٤}{٣}$$

مثال (٣)

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

$$(١- ، ٢) ، (٤ ، ٥)$$

الحل :

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{٢ - ٥}{١ - ٤} = \frac{٣}{٥}$$

مثال (٤)

إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين

$$(١- ، ٢) ، (٣ ، ك) \text{ يساوى ٢ فما قيمة ك}$$

الحل :

$$\begin{aligned} ٢ &= m \\ ٢ &= \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} \\ ٢ &= \frac{ك - ٢}{٣ - ١} \\ ٢ &= \frac{٣ + ١}{٢ - ك} \\ ٢ &= \frac{٤}{٢ - ك} \end{aligned}$$

$$٨ = ٢ - ك$$

$$١٠ = ٢ + ٨ = ك$$

مثال (٥)

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

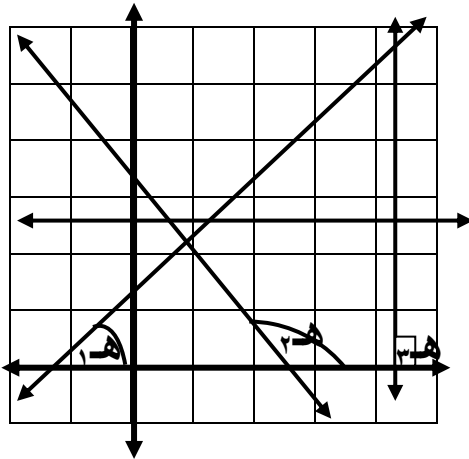
$$(١- ، ٢) ، (٤ ، ٥)$$

الحل :

$$m = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = \frac{٢ - ٥}{١ - ٤} = \frac{٣}{٥}$$

(٤) ميل مستقيم بمعلومية الزاوية التي يصنعها المستقيم مع الإتجاه الموجب لمحور السينات :

المستقيم الذي يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية هـ يكون ميله م = ظا هـ :



لاحظ :- إذا كانت هـ حاده ظا هـ < ٠ (ميله موجب)

وإذا كانت هـ منفرجة ظا هـ > ٠ (ميله سالب)

وإذا كانت هـ = ٩٠ ظا هـ غير معرفة

(يوازي محور الصادات)

وإذا كانت هـ = ٠ ظا هـ = ٠

(يوازي محور السينات)

. فمثلا : (١) مستقيم يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° يكون ميله

$$م = ظا ٤٥ = ١.$$

(٢) مستقيم يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥° يكون ميله

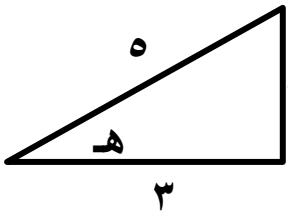
$$م = ظا ١٣٥ = -١. (Tan 135 = -1)$$

(٣) مستقيم ميله يساوي $\frac{\sqrt{3}}{3}$ فإن قياس الزاوية التي يصنعها مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

$$\text{يساوي } ٣٠^\circ. (Shift \tan \sqrt{3} \div 3)$$

يكون ميله يساوي ظل

(٤) مستقيم يصنع زاوية جيب تمامها $\frac{3}{5}$ الزاوية التي جيب تمامها $\frac{3}{5}$ يساوي $\frac{4}{3}$.



ملاحظات هامة :-

(١) ميل المستقيم يكون عدد حقيقي موجب أو سالب أو صفر

(٢) ميل أى مستقيم أفقى (يوازي محور السينات) = صفر وهو المستقيم الذى معادلته (ص=ثابت)

(٣) ميل أى مستقيم رأسى (يوازي محور الصادات) = $\frac{1}{0}$ (غير معرف) وهو المستقيم الذى معادلته

(س=ثابت)

(٤) إذا كان ميل المستقيم موجب يكون شكله (↗) أما إذا كان الميل سالب يكون شكله (↘)

أما إذا كان ميله = ٠ يكون شكله (↔) وإذا كان ميله غير معرف يكون شكله (↕)

التغير الرأسى

التغير الأفقى

(٥) يمكن إيجاد ميل مستقيم بيانيا عن طريق القانون $م = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$

(٦) يمكن استخدام فكرة الميل لاثبات أن أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة نثبت أن الميل باستخدام

النقطتين أ ، ب يساوى الميل باستخدام النقطتين ب ، ج

مثال (١)

إثبت أن النقط أ = (٢، ١)، ب = (٤، ٢)، ج = (٨، ٤) تقع على استقامة واحدة

الحل :

$$\text{ميل أ ب} = \frac{2-1}{4-2} = \frac{1}{2} = \frac{2-4}{4-8} = \frac{1}{2} = \text{ميل ب ج} \quad \therefore \text{النقط أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة}$$

ميل أ ب = ميل ب ج

مثال (١)

إثبت أن النقط أ = (٣، ١)، ب = (٥، -١)، ج = (٣، -١) تنتمي لمستقيم واحد

الحل :

$$\text{ميل أ ب} = \frac{1-3}{1-5} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} = \frac{1-(-1)}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1 = \text{ميل ب ج} \quad \therefore \text{النقط أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة}$$

ميل أ ب = ميل ب ج

مثال (٢)

إذا كانت النقط أ = (٤، ١)، ب = (-٢، ٧)، ج = (٣، ص) تنتمي لمستقيم واحد

أوجد ميل المستقيم ثم أوجد قيمة ص .

الحل :

$$1- = \frac{7-ص}{(-2)-3}$$

$$1- = \frac{7-ص}{5}$$

$$5- = 7-ص$$

$$ص = 7+5- = 2$$

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{1-7}{4-(-2)} = \frac{-6}{6} = -1$$

لايجاد قيمة ص

النقط تنتمي لمستقيم واحد

$$\therefore \text{ميل ب ج} = 1-$$

مثال (٣)

إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، -٢)، (٥، ص) يساوى ٣ أوجد قيمة ص

الحل :

$$ص + 2 = 12$$

$$ص = 12 - 2$$

$$ص = 10$$

$$\text{ميل المستقيم} = 3$$

$$3 = \frac{ص - (-2)}{5 - 1}$$

$$3 = \frac{ص + 2}{4}$$

هل

النقطة ج (٨، ١) تنتمي للمستقيم المار بالنقطتين أ (-١، ٣)، ب (٢، ٥)

مثال (٤)

الحل :

$$\text{ميل أ ب} = \frac{3-5}{(-1)-2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} = \frac{1-8}{4-6} = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2} = \text{ميل ب ج} \quad \therefore \text{النقطة ج لا تنتمي للمستقيم أ ب}$$

ميل أ ب $\neq$ ميل ب ج

إنتبه :-

- (* المستقيم الذي معادلته $أس + ج = ٠$ (معادلته مفيهاش صادات) يوازي محور الصادات .
- (* المستقيم الذي معادلته $ب ص + ج = ٠$ (معادلته مفيهاش سينات) يوازي محور السينات .
- (* في معادلة أي مستقيم لإيجاد طول الجزء المقطوع من محور السينات نضع $ص = ٠$ (نشيل ال ص من المعادلت) .

(* لإيجاد طول الجزء المقطوع من محور الصادات نضع $س = ٠$ (نشيل ال س من المعادلت)

مثلا :

- (١) المستقيم $س٢ + ٥ = ٠$ يوازي محور الصادات .
- (٢) المستقيم $ص = ٤$ يوازي محور السينات .
- (٣) في معادلة المستقيم $س٢ - ص٣ = ٦$ لإيجاد طول الجزء المقطوع من محور السينات $ص = ٠$ أي أن $س٢ = ٦ \iff س = ٣$ أي يقطع محور السينات عند النقطة $(٣, ٠)$.
- ولإيجاد طول الجزء المقطوع من محور الصادات $س = ٠$ أي أن $٣ - ص = ٦ \iff ص = -٢$ أي أن المستقيم يقطع محور الصادات عند النقطة $(٠, -٢)$

تمارين (١)

(أولاً) أوجد ميل المستقيم في الحالات الآتية :

- [١] يمر بالنقطتين $أ = (٣, ١)$ ، $ب = (٥, ٤)$ [٢] يمر بنقطة الأصل والنقطة $(٣, -٢)$
- [٣] يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٨٢°
- [٤] معادلته $ص٢ - س٥ = ٧$ [٥] معادلته $س٣ = ص٢ - ١$ [٦] معادلته $ص = س٣ - ١$
- [٧] معادلته $ص - س٣ = ٠$ [٨] معادلته $ص٣ + ٥ = ١$ [٩] معادلته $س٢ = ٣$
- [١٠] يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية جيبها يساوي $٠,٦$.

(ثانياً) أجب عما يلي:

- (١) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٢, ١)$ ، $(٤, ص)$ يساوي ١ أوجد قيمة ص
- (٢) إثبت أن النقط $أ = (٢, -١)$ ، $ب = (٣, ٢)$ ، $ج = (٤, ٥)$ تنتمي لمستقيم واحد
- (٣) إذا كانت النقط $أ = (٠, ٨)$ ، $ب = (٥, ٥)$ ، $ج = (-٥, ص)$ على استقامة واحدة أوجد ص
- (٤) إذا كان ميل المستقيم $ص٣ = (١ - أ) س + ٥$ يساوي ٢ فما قيمة أ
- (٩) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم : $ص = ٥ - ٦ س$

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين

إذا توازى مستقيمان تساوى ميلاهما

قاعدة :-

إذا كان m_1 ، m_2 ميلًا مستقيمين متوازيين فإن $m_1 = m_2$

مثال (١) إثبت أن المستقيمان $2x - 3y = 5$ ، $4x - 6y = 1$ متوازيان

الحل :

$$\begin{array}{l} m_1 = m_2 \\ \therefore \text{المستقيمان متوازيان} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = m_1 \\ \frac{4}{6} = \frac{4}{6} = m_2 \end{array} \right.$$

مثال (٢) إثبت أن المستقيمان $3x - 5y = 5$ ، $2x - 7y = 1$ متوازيان

الحل :

$$\begin{array}{l} m_1 = m_2 \\ \therefore \text{المستقيمان متوازيان} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2 = \frac{2}{3} = m_1 \\ 2 = m_2 \end{array} \right.$$

مثال (٣) إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ ، $(-3, 1)$ يوازي المستقيم الذى

معادلته $4x - 5y = 7$

الحل :

$$\begin{array}{l} m_1 = m_2 \\ \therefore \text{المستقيمان متوازيان} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{4}{5} = \frac{4}{5} = \frac{5-1}{2-3} = \frac{1 \text{ ص} - 2 \text{ ص}}{1 \text{ س} - 2 \text{ س}} = m_1 \\ \frac{4}{5} = \frac{4}{5} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = m_2 \end{array} \right.$$

خالص ثنائيتي بالتوفيق

أ. ط. محمد

إذا كان المستقيم أ س - ٦ ص + ٥ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين (١، ٠)

مثال (٤)

أوجد قيمة أ (٣، ٣)،

الحل :

المستقيمان متوازيان

$$٢م = ١م$$

$$\frac{١ - ٣}{٠ - ٣} = \frac{أ - ٣}{٦ - ٣}$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{أ}{٦}$$

$$١٢ = أ٣$$

$$٤ = أ$$

إذا كان المستقيم الذي معادلته ٦ س - ٤ ص + ١ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين

مثال (٥)

(٣، ١-)، (١، ص) أوجد قيمة ص

الحل :

المستقيمان متوازيان

$$٢م = ١م$$

$$\frac{٣ - ص}{١ + ١} = \frac{٦}{٤}$$

$$\frac{٣ - ص}{٢} = \frac{٣}{٢}$$

$$٣ = ٣ - ص$$

$$٦ = ٣ + ٣ = ص$$

ك س - ٤ ص + ١ = ٠ يوازي المستقيم الذي يصنع مع محور

مثال (٦)

إذا كان المستقيم

السينات زاوية جيبها $\frac{٣}{٥}$

الحل :

المستقيمان متوازيان

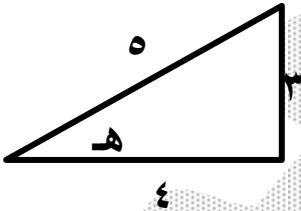
$$٢م = ١م$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{ك}{٤}$$

$$١٢ = ك٤$$

$$\frac{١٢}{٤} = ك$$

$$٣ = ك$$



لأثبت أن أ ب ج د ع شبه منحرف نثبت توازي ضلعين وعدم توازي الضلعين الآخرين باستخدام فكرة الميل .

مثال (١)

إثبت أن الشكل الذي رؤوسه النقط أ(١-، ٠) ، ب(٧، ٤) ، ج(٥، ٨) ، د(١، ٦) شبه منحرف .

الحل :

$$\text{ميل أ ب} = \frac{٤-٠}{٨-١-٧} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢} \quad \text{ميل ب ج} = \frac{٨-٤}{٥-٧} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

$$\text{ميل ج د} = \frac{٦-٨}{١-٥} = \frac{-٢}{-٤} = \frac{١}{٢} \quad \text{ميل أ د} = \frac{٦-٠}{١-١-٧} = \frac{٦}{-٦} = -١$$

ميل أ ب = ميل ج د ، ميل ب ج $\neq$ ميل أ د

∴ الشكل أ ب ج د ع شبه منحرف

تمارين (٢)

(أولاً) أجب عما يلي:

(١) إذا كانت أ = (٢، ٣) ، ب = (٤، ٢) ، ج = (٢، ٥) ، د = (٠، ٦) إثبت أن أ ب // ج د

(٢) أوجد قيمة ك إذا علم أن أ ب // ج د

$$أ = (٢، ٥) ، ب = (٣، ١-) ، ج = (ك، ٢-) ، د = (١، ٤)$$

(٣) إذا كان أ = (٢، ٤) ، ب = (٥، ٣-) ، ج = (٧، ١) ، د = (٠، ٨) إثبت أن الشكل أ ب ج د

متوازي أضلاع .

(٤) إذا كانت أ = (١-، ٠) ، ب = (٧، ٤) ، ج = (٥، ٨) ، د = (١، ٦) إثبت أن الشكل أ ب ج د

شبه منحرف .

(٥) إذا كان المستقيم أ س + ٣ ص = ٧ ، يوازي المستقيم الما بالنقطتين (٢، ٣) ، (١-، ٤)

أوجد قيمة أ

(٦) إذا كان المستقيم س - ٥ ص = ٥ يوازي المستقيم المار بالنقطتين (٣، أ) ، (٤، ٥)

أوجد قيمة أ

- (٧) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥ ، س) يوازي محور الصادات أوجد قيمة س
- (٨) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥ ، ص) يوازي محور السينات أوجد قيمة ص
- (٩) إذا كانت النقط (٣ ، ٤) ، ب = (-٣ ، -١) ، (٢ ، ص) تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ص
- (١٠) إذا كان المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٥٤ ° يوازي المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (س ، ص) أوجد العلاقة بين س ، ص .

(١١) أكمل العبارات الآتية

- ١- ميل المستقيم الموازي لمحور السينات =
- ٢- ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات =
- ٣- ميل المستقيم ص = ٢س - ٥ يساوي
- ٤- ميل المستقيم ص = ٥ يساوي
- ٥- ميل المستقيم س = ٣ يساوي
- ٦- المستقيم الذي معادلته ص = ٣ يوازي محور
- ٧- المستقيم الذي معادلته س = ٣ يوازي محور
- ٨- الزاوية بين المستقيمين س = ٣ ، س = ٥ تساوي
- ٩- الزاوية بين المستقيمين ص = ٢ ، س = ٤ تساوي

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين

حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين = -1

قاعدة :

إذا كان m_1, m_2 ميلا مستقيمين متعامدين فإن $m_1 \times m_2 = -1$

مثال (١) إثبت أن المستقيمان $2x - 3y = 5$ و $3x + 2y = 1$ متعامدين .

الحل :

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{2}{3} \\ m_2 &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

∴ المستقيمان متعامدان

مثال (٢) إثبت أن المستقيمان $3x + 2y = 5$ و $2x - 3y = 1$ متعامدين .

الحل :

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{3}{2} \\ m_2 &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

∴ المستقيمان متعامدان

مثال (٣) إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ ، $(3, 1)$ عمودى على المستقيم الذى

معادلته $5x + 4y = 7$

الحل :

$$m_1 = \frac{5 - 1}{3 - 2} = \frac{4}{1} = 4$$

$$m_2 = \frac{5}{4}$$

∴ المستقيمان متعامدين

$$m_1 \times m_2 = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

مثال (٤) إذا كان المستقيم $2x - 3y = 5$ و $3x + 2y = 1$ متعامدين أوجد قيمة a .

الحل :

$$1 = \frac{2}{18}$$

$$1 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$$

$$9 = 1$$

المستقيمان متعامدان

$$1 = 2 \times 1$$

$$1 = \frac{1-3}{0-3} \times \frac{1}{6}$$

مثال (٥) إذا كان المستقيم الذى معادلته $4x + 6y + 1 = 0$ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين $(1, 3)$ ، $(1, -3)$ أوجد قيمة x

الحل :

$$1 = \frac{3+x}{3}$$

$$1 = \frac{3-x}{2} \times \frac{2}{3}$$

$$3 = 3+x$$

$$x = 0$$

$$x = 3-3 = 0$$

المستقيمان متعامدان

$$1 = 2 \times 1$$

$$1 = \frac{3-x}{1+1} \times \frac{4}{6}$$

مثال (٦) إذا كان المستقيم $3x - 4y + 1 = 0$ عمودى على المستقيم الذى معادلته $2x + 3y + 3 = 0$ أوجد قيمة x

الحل :

$$8 = 5$$

$$\frac{8}{5} = 5$$

المستقيمان متعامدان

$$1 = 2 \times 1$$

$$1 = \frac{5-x}{2} \times \frac{4}{3}$$

مثال (٧) المثلث الذى رؤوسه النقط $A(2, 2)$ ، $B(8, 4)$ ، $C(5, 7)$ مثلث قائم الزاوية .

الحل :

$$1 = 2 \times 1$$

$$AB \perp BC$$

المثلث ABC قائم الزاوية فى B

$$1 = \frac{6}{6} = \frac{(2-8)-4}{2-8}$$

$$3 = \frac{9}{3} = \frac{(2-5)-7}{2-5}$$

$$1 = \frac{3}{3} = \frac{4-7}{8-5}$$

مثال (٨)

إذا كانت النقط أ (٣ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، ج (٠ ، ك) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب أوجد قيمة ك .

الحل :

المثلث قائم الزاوية في ب

$$م ب \times م ج = ١ -$$

$$١ - = \frac{٢ - ك}{٣ - ٠} \times \frac{٣ - ٢}{١ - ٣}$$

$$١ - = \frac{٢ - ك}{٣ -} \times \frac{١ -}{٢ -}$$

$$١ - = \frac{٢ - ك}{٦ -}$$

$$٦ - = ٢ - ك$$

$$٢ + ٦ - = ك$$

$$٤ - = ك$$

مثال (٩)

إذا كانت النقط أ (٣ ، ك) ، ب (ك ، ٥) ، ج (٠ ، ١) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في أ أوجد قيمة ك

الحل :

المثلث قائم الزاوية في ب

$$م ب \times م ج = ١ -$$

$$١ - = \frac{١ - ك}{٠ - ٣} \times \frac{٥ - ك}{٣ - ك}$$

$$١ - = \frac{٥ + ك - ٦ - ك}{٣ - ٩ - ك}$$

$$٥ + ك - ٦ - ك = ٣ + ٩ - ك$$

$$٥ - ٦ - ١ + ك = ١٢ - ك \Rightarrow ٢ = ك \quad ٧ = ك$$

مثال (١٠)

إثبت أن الشكل الذي رؤوسه النقط أ (٠ ، ٣) ، ب (٤ ، ٠) ، ج (٥ ، ٤) ، د (٠ ، ٢) معين باستخدام فكرة الميل .

الحل :

نثبت أولاً أن الشكل متوازي أضلاع

$$م ب = \frac{٠ - ٤ -}{٣ - ٠} = \frac{٤ -}{٣ -}$$

$$م ج = \frac{٤ + ٤ -}{٠ - ٥ -} = \frac{٨ -}{٥ -}$$

$$م د = \frac{٤ + ٠}{٥ + ٢ -} = \frac{٤ -}{٧ -}$$

$$م ا = \frac{٠ - ٠}{٣ - ٢ -} = \frac{٠ -}{١ -}$$

$$\therefore م ب \parallel م د ، م ج \parallel م ا$$

الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع

لاشبات أن متوازي أضلاع معين نثبت تعامد القطرين

$$م ا = \frac{٠ - ٤ -}{٣ - ٥ -} = \frac{٤ -}{٨ -}$$

$$م ب = \frac{٤ -}{٢ -} = \frac{٤ - ٠}{٢ + ٠} = \frac{٤ -}{٢ -}$$

$$م ا = \frac{١}{٢} \times م ب = \frac{١}{٢} \times \frac{٤ -}{٢ -} = \frac{٤ -}{٤ -}$$

$$م ا \perp م ب$$

∴ الشكل أ ب ج د معين

إثبت أن الشكل الذي رؤوسه النقط أ = (٥ ، ١) ، ب = (١- ، ٣-) ، ج = (٣- ، ٠) ، د = (٠ ، ٣-)

ع ، (٣ ، ٤) مستطيل

الحل :

نثبت أولاً أن الشكل متوازي أضلاع

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1-3 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \vec{DC}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \vec{AD}$$

$$\vec{CD} = \begin{pmatrix} 0-3 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = -\frac{3}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = -\frac{3}{2} \vec{BA}$$

$$\vec{DA} = \begin{pmatrix} 5-0 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{5}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \frac{5}{2} \vec{CB}$$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \therefore \text{أ ب} \parallel \text{ج د}$$

$$\vec{BC} = \vec{AD} \quad \therefore \text{ب ج} \parallel \text{أ د}$$

الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع

$$\angle \text{ب} = 90^\circ \quad \therefore \vec{AB} \times \vec{BC} = 0$$

∴ المتوازي أ ب ج د إحدى زواياه قائمة .

∴ الشكل أ ب ج د مستطيل

إنتبه : إذا كان القطران أ ج ، ب د متعامدان ففي هذه الحالة يكون المستطيل أ ب ج د مربعاً .

ملاحظة هامة

الزاوية بين المستقيمين س = ثابت ، ص = ثابت تساوي ٩٠°

فمثلاً الزاوية بين المستقيمين س = ٣ ، ص = ٤ تساوي ٩٠°

- الزاوية بين المستقيمين س = ١ - ، ص = ٣ + تساوي ٩٠°

تمارين (٣)

أولاً : أكمل ما يأتي

١ إذا كان $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ وكان ميل $\vec{AB} = \frac{2}{3}$ فإن ميل $\vec{CD}$ يساوي

٢ إذا كان $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ وكان ميل $\vec{AB} = \frac{1}{4}$ فإن ميل $\vec{CD}$ يساوي

٣ ميل المستقيم الموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٢- ، ٣) يساوي

٤ إذا كان المستقيم $\vec{AB}$ يوازي محور السينات حيث $A(٨ ، ٣)$ ، $B(٢ ، ك)$ فإن $ك =$

٥ إذا كان المستقيم $\vec{CD}$ يوازي محور الصادات حيث $ج(٤ ، م)$ ، $د(٥- ، ٧)$ فإن $م$ تساوي

٦ أ ب ج د مثلث قائم الزاوية في ب فيه $A(١ ، ٤)$ ، $B(١- ، ٢)$ فإن ميل $\vec{AB}$ يساوي

٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $A(٠ ، ٣)$ ، $B(٠ ، ٣)$ والمستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الاتجاه

الموجب لمحور السينات متعامدين فإن $أ =$

(ثانيا) أجب عما يلي:-

(١) إثبت أن المستقيمان $٣س + ٥ص = ١$ ، $٥س + ٢ص = ٠$ متعامدان

(٢) إثبت أن المستقيمان $s - 2v + 1 = 0$ ، $2s + v = 3$ متعامدان

(٣) إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين $(١ ، ٢)$ ، $(٣ ، ٥)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين

$$(\cdot, \cdot, \cdot), (\cdot, \cdot, \cdot)$$

(٤) إثبت أن المستقيم ٣ س + ٤ ص + ٢ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢)

 $(\gamma, \varepsilon),$

(٥) إذا كان المستقيمان K و L متعامدان أوجد قيمة K

(٦) فى الحالات الآتية أوجد قيمة ك إذا علم أن أ ب عمودى على ج د

(٣- ، ك)=ع ، (١- ، ٢)=ج ، (٥ ، ٣)=ب ، (٢ ، ١)=أ [١]

[ب] = (١ ، ٣) ، ب = (٤ ، -١) ، ج = (٥ ، ٥) ، ع = (-٥ ، ٥) ،

[ج] أ = (٢، ك) ، ب = (١، ٥) ، ج = (١، ٤) ، د = (ك، ٥)

(٧) إثبت أن النقط أ = (٣ ، ٢) ، ب = (١ ، -٤) ، ج = (-١ ، ٠) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية

(٨) إثبت أن النقط أ = (٣ ، ٥) ، ب = (٣ ، -٢) ، ج = (٠ ، ٥) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية

(٩) إثبت أن النقط أ = (-١ ، ٣) ، ب = (٥ ، ١) ، ج = (٦ ، ٤) ، د = (٠ ، ٦) هي رؤوس مستطيل

(١٠) إثبت أن النقط أ = (٣، ٣)، ب = (٩، ٥)، ج = (-١، ٧)، د = (-٣، ١) هي رؤوس معين

(١١) إثبت أن النقط أ=(١ ، ١) ، ب=(٤ ، ٠) ، ج=(٥ ، ٣) ، د=(٢ ، ٤) هي رؤوس مربع

(١٢) أوجد ميل المستقيم العمودى على المستقيم المار بالنقطتين $A(2, -3)$ ، $B(3, 5)$

(١٣) إذا كانت النقط $(١, ٠)$ ، $(٣, ١)$ ، $(٥, ٢)$ تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة a .

(١٤) أثبت أن النقط أ $(-١, ١)$ ، ب $(٥, ٠)$ ، ج $(٢, ٤)$ ، د $(٦, ٥)$ هي رؤوس لمتوازي أضلاع.

(١٥) أثبت باستخدام الميل أن النقط ١ $(-١, ٣)$ ، ب $(٥, ١)$ ، ج $(٦, ٤)$ ، د $(٠, ٦)$ هي رؤوس مستطيل.

(١٦) في الشكل المرسوم :

اب ج د شبه منحرف فيه اب // جد ،

ا) (۹، ۲-)، ب) (۳، ۲)، ج) (س، -س)،

د (٤، -٣)، أوجد إحداثي نقطة جـ .

(١٧) أثبت أن النقط أ (٣، ٤)، ب (٠، ٧)، ج (١، -٢) هي رؤوس مثلث. وإذا كانت نقطة د (١، ٢)

فأثبت أن الشكل أب ج د شبه منحرف وأوجد النسبة بين أد ، ب ج .



معادلة مستقيم بمعلومية ميله والجزء المقطوع من محور الصادات

المستقيم الذى ميله m ويقطع محور الصادات فى النقطة $(0, j)$ [يقطع j من محور الصادات]
تتعين معادلته من العلاقة $ص = m س + j$

مثال (١) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $= 2$ ويقطع محور الصادات فى النقطة $(0, 3)$

الحل :

$$\begin{aligned} m &= 2 & j &= 3 \\ \text{معادلة المستقيم } ص &= m س + j & \leftarrow & \text{ص} = 2س + 3 \end{aligned}$$

مثال (٢) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $= 3$ ويقطع محور الصادات فى النقطة $(0, -4)$

الحل :

$$\begin{aligned} m &= 3 & j &= -4 \\ \text{معادلة المستقيم } ص &= m س + j & \leftarrow & \text{ص} = 3س - 4 \end{aligned}$$

مثال (٣) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $= 2$ ويقطع ثلاث وحدات من الجزء السالب لمحور

الصادات

الحل :

$$\begin{aligned} m &= 2 & j &= -3 \\ \text{معادلة المستقيم } ص &= m س + j & \leftarrow & \text{ص} = 2س - 3 \end{aligned}$$

مثال (٤) أوجد ميل كلا من المستقيمتين الآتيتين والجزء المقطوع بواسطتهما من محور الصادات

$$(٢) \text{ ص} = 3س - 4$$

الحل :

$$\text{الميل} = 3$$

الجزء المقطوع من محور الصادات $= -4$

$$(١) \text{ ص} = 2س + 5$$

الحل :

$$\text{الميل} = 2$$

الجزء المقطوع من محور الصادات $= 5$

أوجد ميل المستقيم $س + ٣ = ١٢$ ثم أوجد نقط تقاطعه مع محوري الاحداثيات

مثال (٥)

الحل :

$$\text{الميل} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{٣}$$

لايجاد نقط التقاطع مع محور السينات

$$\text{نضع ص} = ٠$$

$$١٢ = س٢$$

$$س = ٦$$

المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (٦ ، ٠)

لايجاد نقط التقاطع مع محور الصادات نضع

$$س = ٠$$

$$١٢ = ص٣ \quad ص = ٤$$

المستقيم يقطع محور الصادات فى (٠ ، ٤)

إذا كان ميل المستقيم $س = ٣$ (٢ + أ) س + ١ يساوى ٤ أوجد قيمة أ

مثال (٦)

الحل :

$$\text{ميل المستقيم} = ٤$$

$$٤ = \frac{٢ + أ}{٣}$$

$$١٢ = ٢ + أ \quad \leftarrow ٢ - ١٢ = أ$$

$$أ = ١٠$$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١)

مثال (٧)

$$(٤ ، ٥)$$

الحل :

$$\text{م الموازي} = \frac{١ - ٤}{٠ - ٥} = \frac{٣}{٥} = \text{م المطلوب}$$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (-١ ، ٢) وميله $\frac{٣}{٥}$

تتعين معادلته من العلاقة $ص = م س + ج$

$\therefore ص = \frac{٣}{٥} س + ج$ ولإيجاد قيمة ج نضع

$$\text{قيمة س} = ٥ ، ص = ٤$$

$$\therefore ٤ = \frac{٣}{٥} \times ٥ + ج$$

$$\therefore ج = ٤ - ٣ = ١ \quad \leftarrow ص = \frac{٣}{٥} س + ١$$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) ويوازي المستقيم الذى ميله $\frac{٣}{٤}$

مثال (٨)

الحل :

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١ ، ٢) وميله $\frac{٣}{٤}$ تتعين معادلته من العلاقة $ص = \frac{٣}{٤} س + م$

$$\therefore \frac{٣}{٤} = \frac{٢ - ص}{١ - س} \quad \leftarrow ٣ - ٤ س = ٨ - ص \quad \leftarrow ٤ - ص = ٥ - ٣ س \quad \therefore ٠ = ٥ - ٣ س$$

مثال (٩)

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣-) و يوازي المستقيم الذى معادلته

$$٤ص - ٥س = ١ + ٠$$

الحل :

$$\text{م الموازي} \quad \frac{٥}{٤} = \frac{٥-}{٤-} = \text{م المطلوب} \quad \frac{٥}{٤}$$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١ ، ٣-) وميله $\frac{٥}{٤}$

تتعين معادلته من العلاقة

$$\frac{ص - ١ص}{س - ١س} = م$$

$$\frac{٥}{٤} = \frac{٣ + ص}{١ - س}$$

$$٤ ص - ١٢ = ٥ - ٥س$$

$$٤ص - ١٢ + ٥س = ٥ + ٠$$

$$٤ص - ٥س = ١٧ + ٠$$

مثال (١٠)

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١- ، ٢) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين

$$(٠ ، ١) ، (٥ ، ٤)$$

الحل :

$$\text{م العمودى} \quad \frac{٣}{٥} = \frac{١ - ٤}{٠ - ٥} = \text{م المطلوب} \quad \frac{٥-}{٣}$$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١- ، ٢) وميله $\frac{٥-}{٣}$

تتعين معادلته من العلاقة

$$\frac{ص - ١ص}{س - ١س} = م$$

$$\frac{٥-}{٣} = \frac{٢ - ص}{١ + س}$$

$$٣ ص - ٦ = ٥ - ٥س$$

$$٣ ص - ٦ + ٥س = ٥ + ٠$$

$$٣ص + ٥س = ١١ + ٠$$

مثال (١١)

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣-) وعمودى على المستقيم الذى معادلته

$$٤ص - ٥س = ١ + ٠$$

الحل :

$$\text{م العمودى} \quad \frac{٥}{٤} = \frac{٥-}{٤-} = \text{م المطلوب} \quad \frac{٤-}{٥}$$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١ ، ٣-) وميله $\frac{٤-}{٥}$

تتعين معادلته من العلاقة

$$\frac{ص - ١ص}{س - ١س} = م$$

$$\frac{٤-}{٥} = \frac{٣ + ص}{١ - س}$$

$$٥ ص - ١٥ = ٤ - ٤س$$

$$٥ص + ١٥ + ٤س = ٤ + ٠$$

$$٥ص + ٤س = ١١ + ٠$$

مثال (١١)

اوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٣ ويقطع من محور السينات السالب وحدتين .

الحل : المستقيم المطلوب ميله ٣ ويمر بالنقطة (٠ ، ٢-) أكمل

أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات وحدتين ، ٤ وحدات سالبة على الترتيب .

الحل : المستقيم يقطع من محور السينات وحدتين ، أي يمر بالنقطة (٢،٠) ، ويقطع من محور الصادات ٤ وحدات سالبة ، أي يمر بالنقطة (٠، -٤) ميله = معادلته تتعين من العلاقة

تمارين

- (١) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = ٣ ويقطع وحدتان من الاتجاه الموجب لمحور الصادات
- (٢) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = $\frac{2}{3}$ ويقطع خمس وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات
- (٣) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = صفر ويقطع وحدتان من الاتجاه الموجب لمحور الصادات
- (٤) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = ٣ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠، ٤)
- (٥) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = -٢ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠، ٥)
- (٦) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (١، ٣) ويوازي المستقيم ٤ س - ٥ ص + ١ = ٠
- (٧) أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٠، ٢) ، (٥، -٣) .
- (٨) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وعمودى على المستقيم ٤ س - ٥ ص + ١ = ٠
- (٩) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، ٥) وعمودى على المستقيم ص = ٢ س + ٥
- (١٠) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = $\frac{2}{5}$ وعمودى المستقيم ٣ ص = ٥ - ٤ س
- (١١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠، ٤) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٢، ١) ، (٥، ٧)
- (١٢) أوجد معادلة المستقيم المار بمنتصف أب وعموديا عليها حيث أ = (-١، -٢) ، ب = (٣، ٥)
- (١٣) أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع ثلاث وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ، (٣، ٥)
- (١٤) أكمل : ١- معادلة محور السينات هى
- ٢- معادلة محور الصادات هى
- ٣- معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٣) ويوازي محور السينات هى
- ٤- معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٣) ويوازي محور الصادات هى
- ٥- قياس الزاوية بين المستقيمين س = ٤ ، ص + ٣ = ٠ يساوي
- ٦- قياس الزاوية بين المستقيم ص = ٣ ومحور الصادات ويبعد عن محور السينات